Kernphysik I

Grundlegende Eigenschaften der Atomkerne:

- Bindungs-, Separationsenergie
- Massenmessungen
- Weizsäcker Massenformel

Massendefekt und Bindungsenergie

Kerne sind die einzigen gebundenen Systeme, an denen man durch genaues messen ihrer Massen und der Summe der Ruhemassen ihrer Konstituenten, der Nukleonen eine *bindungsbedingte Abnahme der Massen* um etwa 1% feststellen kann. Dieser **Massendefekt** war der erste experimentelle Nachweis für Einsteins Energie-Masse-Relation $E=mc^2$.

Die Bindungsenergie *BE(Z,A)* wird für Atome definiert,
(Grund: Masse der Atome kann man präziser messen):

$$BE(Z,A) = [Z \cdot M(^1H) + (A - Z) \cdot M_n - M(Z,A)] \cdot c^2$$

$M(^1H)$ Masse eines Wasserstoffatoms $M(^1H) = M_p + m_e$
Atomare Bindungsenergie von 13,6 eV kann vernachlässigt werden.
Bei höherem Z liefert der Bindungsenergie der Elektronen einen Beitrag zur Massenunsicherheit

- $m_e = 0{,}511\ MeV/c^2 = 511\ \text{keV}/c^2$ Ruhemasse des Elektrons
- $M_p = 938{,}272\ MeV/c^2 = 1836{,}149\ m_e$ Ruhemasse des Protons
- $M_n = 939{,}573\ MeV/c^2 = 1838{,}695\ m_e$ Ruhemasse des Neutrons.

atomare Masseneinheit: $1u = 1/12\ m\ [^{12}C]$

$$1u = 931{,}4943\ MeV/c^2 = 1{,}6605402(10)\ 10^{-27}\ \text{kg}$$

Separationsenergie

Massendefekt (Massenunterschied bezogen auf amu)

$\Delta = (M(Z,A) - A \cdot 931{,}5\ MeV/c^2) \cdot c^2$

Neutronenseparationsenergie S_n Energie, die benötigt wird um ein Neutron aus dem Kern zu entfernen:

$S_n = BE(Z,A) - BE(Z,A\text{-}1) = [M(Z,A\text{-}1) - M(Z,A) + M_n] \cdot c^2$

Protonenseparationsenergie S_p Energie, die benötigt wird um ein Proton aus dem Kern zu entfernen:

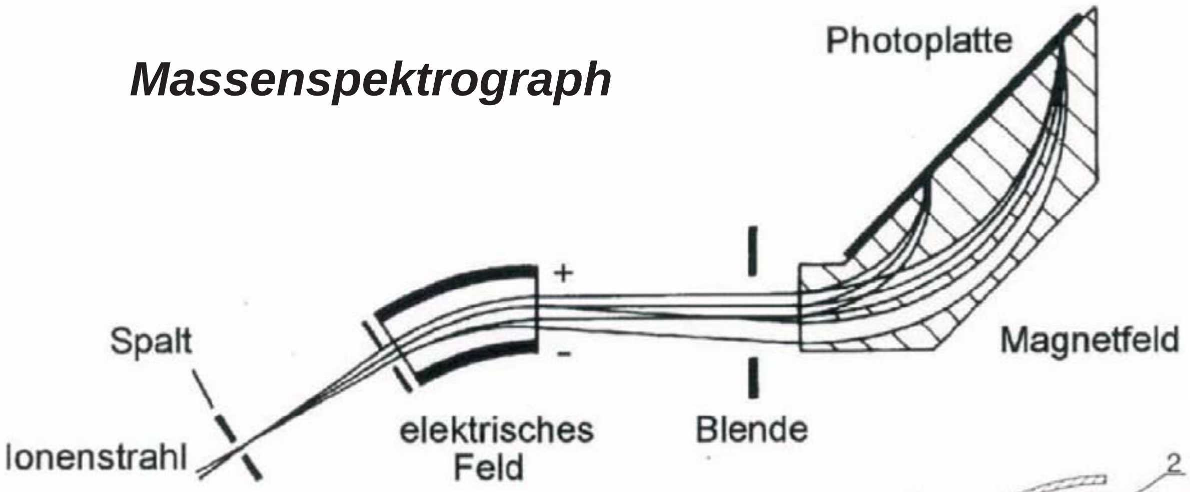
$S_p = BE(Z,A) - BE(Z\text{-}1,A\text{-}1) = [M(Z\text{-}1,A\text{-}1) - M(Z,A) + M(^1H)] \cdot c^2$

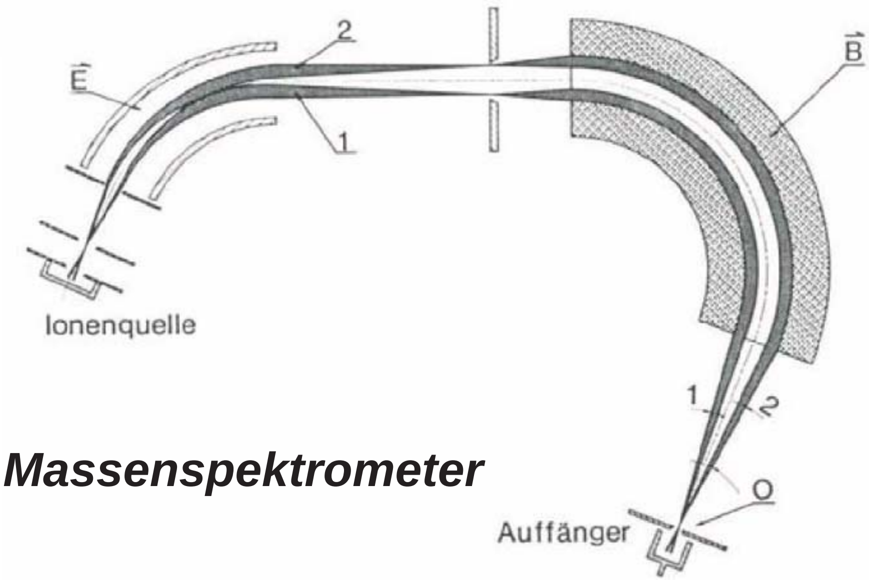
Separationsenergie ist das Analogon zur Ionisationsenergie in der Atomphysik.

Aussage über Stärke der Bindung des am schwächsten gebundenen Nukleons.

Magnetspektrographen und -spektrometer

Massenspektrograph

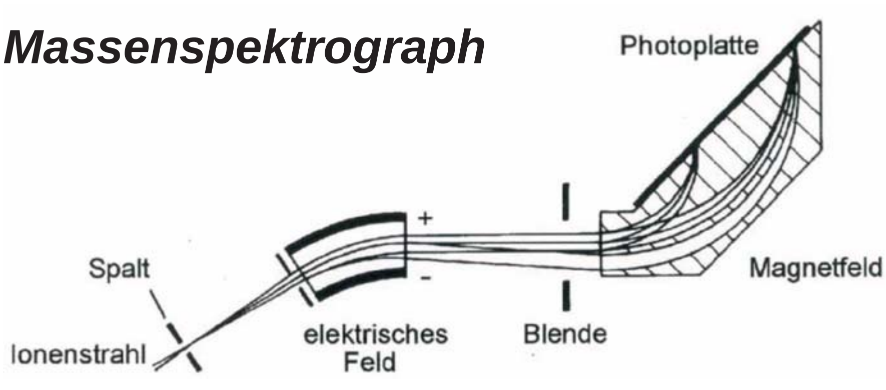


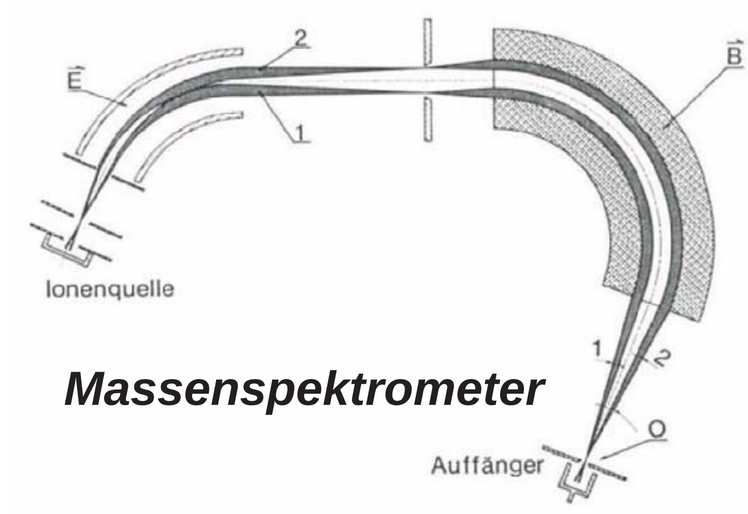


Massenspektrometer

Älteste Methode von Thomson (1912) und Aston (1919):
Ablenkung geladener Teilchen in magnetischen und elektrischen Feldern.
Elektrisches Feld dient als Energiefilter, magnetisches Feld ist Impulsfilter.

Magnetspektrographen und -spektrometer





Elektrisches Sektorfeld mit Feldstärke *E:* Krümmungsradius r_E proportional zur Teilchenenergie

$$U \cdot e = \frac{1}{2} m v^2 \qquad \Rightarrow \qquad r_E = \frac{m}{q} \cdot \frac{v^2}{\vec{E}}$$

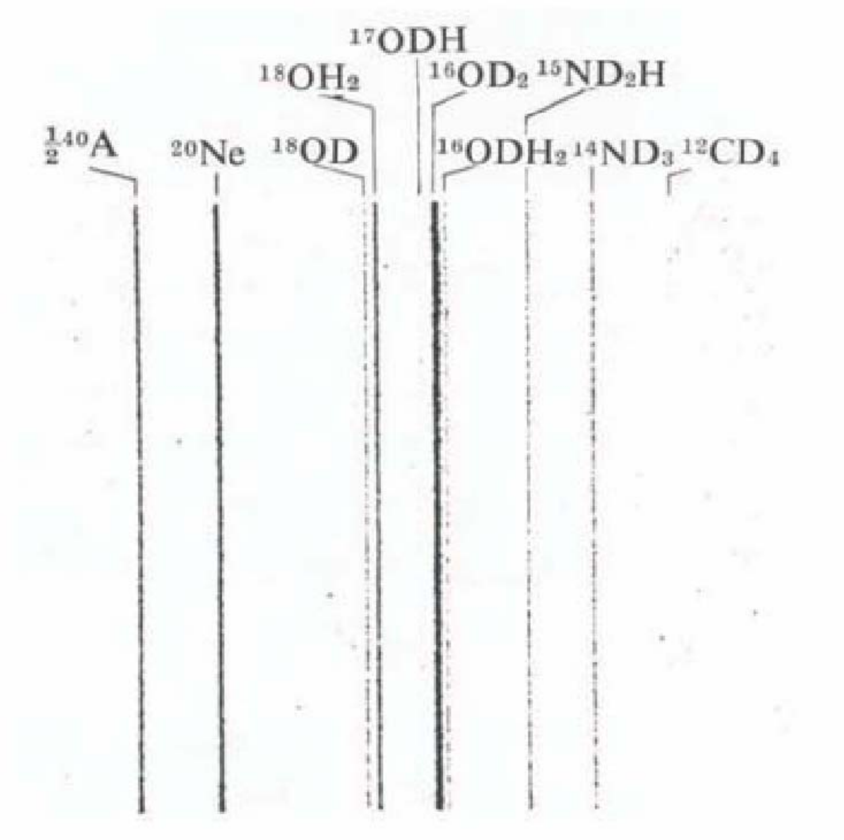
Magnetfeld *B:* der Krümmungsradius r_M ist proportional zum Impuls:

$$e \cdot v \times \vec{B} = \frac{m v^2}{r_M} \qquad \Rightarrow \qquad r_M = \frac{m}{q} \cdot \frac{v}{\vec{B}}$$

Das Massen-zu-Ladungs Verhältnis der Ionen ergibt sich aus:

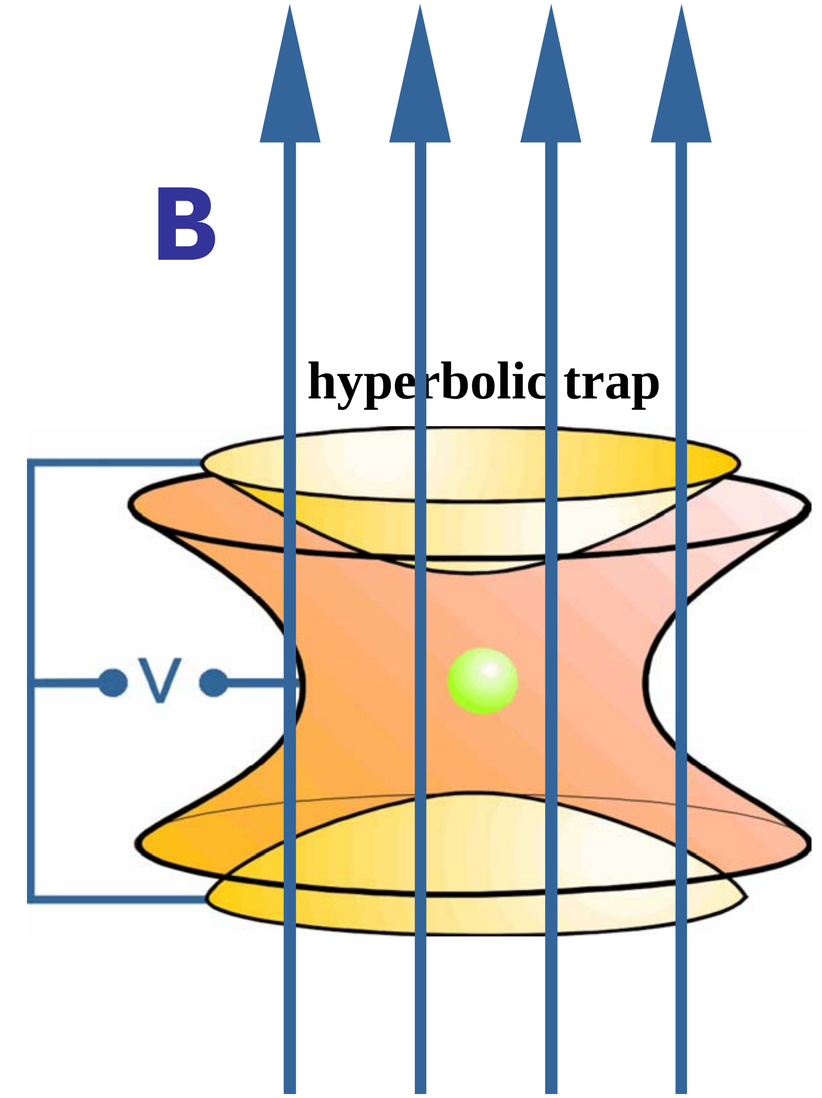
$$r_E \cdot \vec{E} \cdot \frac{q}{m} = r_M^2 \cdot \vec{B}^2 \cdot \left(\frac{q}{m}\right)^2 \qquad \frac{m}{q} = \frac{r_M^2 \cdot \vec{B}^2}{r_E \cdot \vec{E}}$$

Massenmessungen



Massenspektrum bei A=20 mit verschiedenen Sauerstoffverbindungen und anderen Molekülen.

Die Auflösung beträgt etwa 1/80000.



Moderne Massenmessung: Kombinierte Paul- & Penning-Falle

Massenmessungen

Masse des Neutrons (exp. Problem: spürt keine EM-WW!)

- Einfang thermischer Neutronen durch Wasserstoff

  $p + n \rightarrow d + \gamma$

- Photospaltung des Deuterons in seine Bestandteile Neutron und Proton

  $d + \gamma \rightarrow p + n$

Das beteiligte Photon oder γ-Quant ist Reaktionspartner.
Für die Massenbestimmung des Neutrons nötig:

- Masse des Protons
- Masse des Deuterons
- Energie des Photons (Bindungsenergie des Deuterons)

Die Neutronenmasse berechnet sich aus:

$$M_n = M_d - M_p + BE(d)/c^2 = M_d - M_p + E(\gamma)/c^2$$

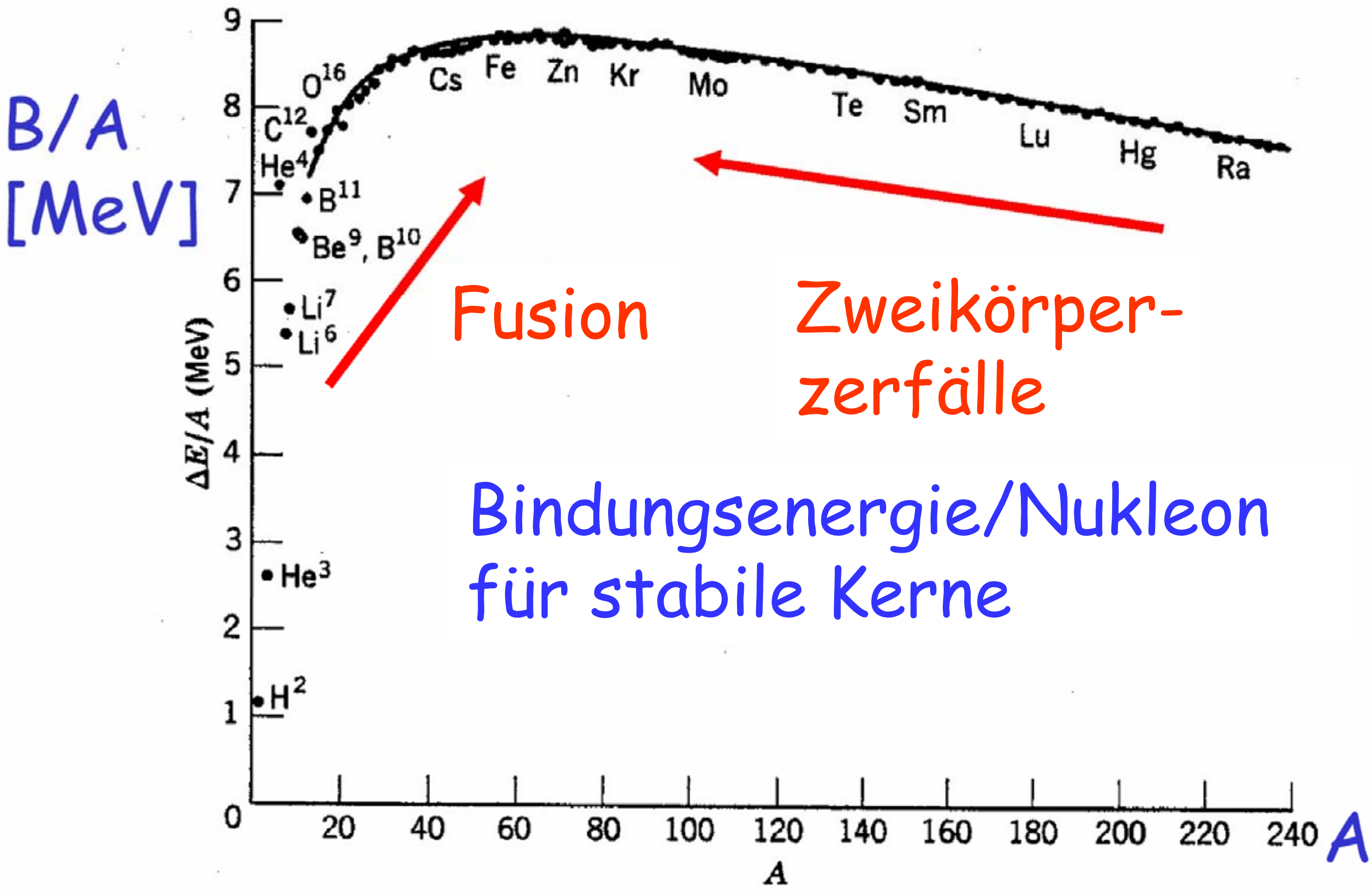
Mit Atommassen $M(^1H) = 938{,}791\ MeV/c^2$, $M(^2H) = 1875{,}6134\ MeV/c^2$, der Energie des Photons *$E(\gamma)$ und der Rückstoßkinematik erhält man die* Neutronenmasse: $M_n = 939{,}5731 MeV/c^2$.

Bindungsenergie

Die Bindungsenergie ist eine wichtige Größe mit Information über:

- Kräfte zwischen den Nukleonen
- Stabilität der Kerne
- Energiebilanz von Reaktionen oder Zerfällen

Betrachte:



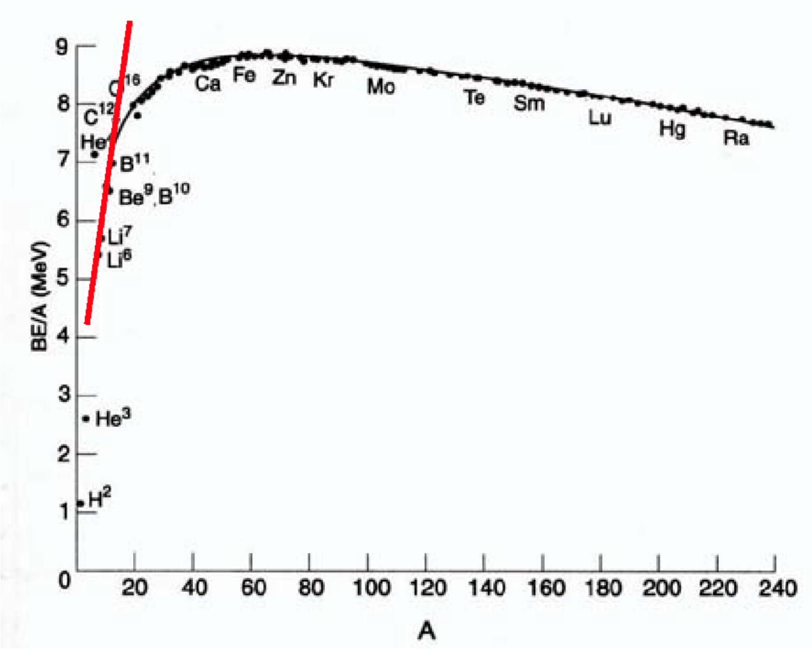
Bindungsenergie

Bindungsenergien pro Nukleon B/A

• B/A ~ konstant ~ 8 MeV pro Nukleon

• breites Maximum bei A~60 (Eisen, Nickel)
A< 60 Fusion energetisch bevorzugt
A> 60 Spaltung energetisch bevorzugt

• Eigenschaft der Nukleon-Nukleon WW
In einem Kern mit A Nukleonen könnte jedes Nukleon könnte mit jedem anderen der (A - 1) Nukleonen wechselwirken.
B/A würde dann mit A linear ansteigen.
Dies ist jedoch nur bis A~10 der Fall.



B/A ist für A > 10 fast konstant d.h. jedes Nukleon spürt nicht alle anderen Nukleonen im Kern. Ein Nukleon wechselwirkt nur mit seinen nächsten Nachbarn. Es kommt zu einer ***Sättigung*** der starken Kernkraft. Die Kernkräfte haben nur eine relativ ***kurze Reichweite***, die nicht durch den gesamten Kern gehen, die Reichweite ist von der Größenordnung der Ausdehnung der Nukleonen (1 – 2 *fm*).

Weizsäcker Massenformel

C. F. von Weizsäcker (1935): semi-empirische Formel für die Bindungsenergie

$$BE(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$

Hauptbeitrag ist die Kondensationsenergie, proportional zur Zahl der Nukleonen. Jedes Nukleon im Inneren eines Kerns ist mit ~16 MeV gebunden. Reichweite der Kernkraft ist kurz, d.h. etwa Nukleonenabstand. Dichte der Kerne im Zentrum gleich: ρ_{Kern} ~0.17 Nukleon/fm^3

Volumenterm: $+a_V A$
Analogie Flüssigkeitstropfen, const. Dichte im Kern wie in Tropfen V~A, R~$A^{1/3}$

Oberfächenterm: $- a_S A^{2/3}$
Für Nukleonen an der Kernoberfläche ist die Bindung reduziert; proportional zu R^2 bzw. $A^{2/3}$

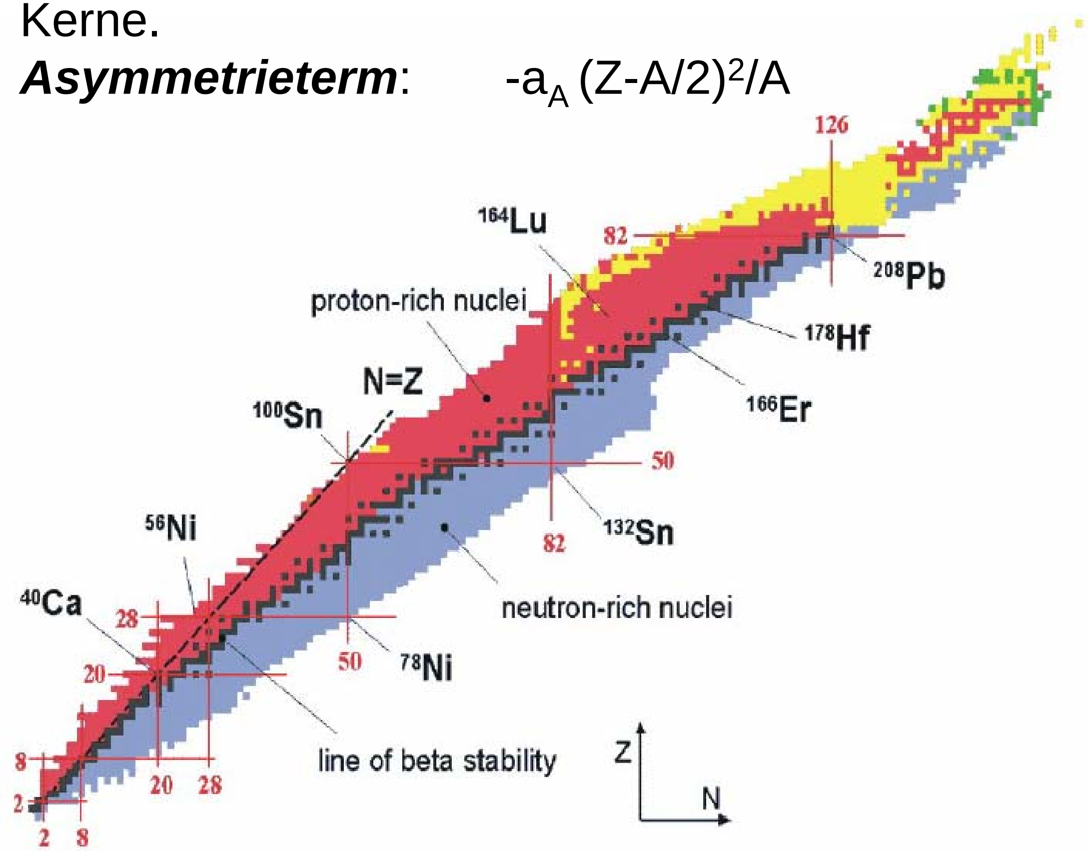
Coulombterm: $- a_C Z(Z-1)/A^{1/3}$
Elektrische Abstoßung der Protonen führt zu Reduzierung von BE; prop. zu Z(Z-1)

Weizsäcker Massenformel

$$BE(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A} \pm \delta$$

Unsymmetrischen Besetzung der Neutronen- und Protonenzustände.
(Vorgriff: Grund der ungleichen Besetzung ist die Coulombabstoßung).
N-reiche schwere Kerne (> A~40) sind stärker gebunden als symmetrische N~Z Kerne.

Asymmetrieterm: $-a_A (Z-A/2)^2/A$



Argument

Totale Energie eines Fermigases:

$$E_T = \int_0^{E_F} 2E \frac{dn}{dE} dE$$

Weizsäcker Massenformel

$$BE(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$

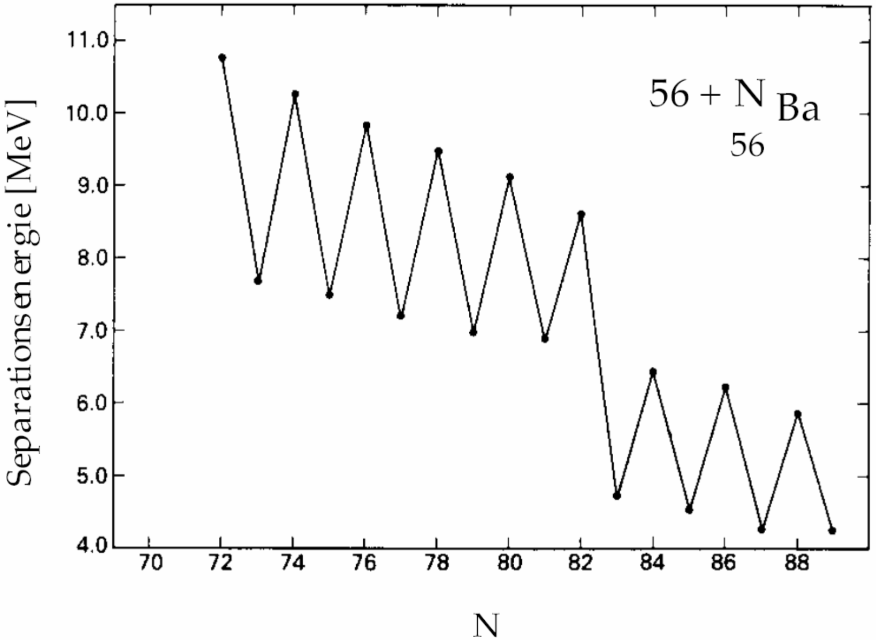
Bindungsenergie für Kerne mit gerader Protonen- und Neutronenzahl hoch,
für Kerne mit ungerader Protonen- und ungerader Neutronenzahl besonders klein.

Paarungsterm: $\delta = a_P / A^{1/2}$

$+\delta$ für gg-Kerne

0 für ug-, gu-Kerne

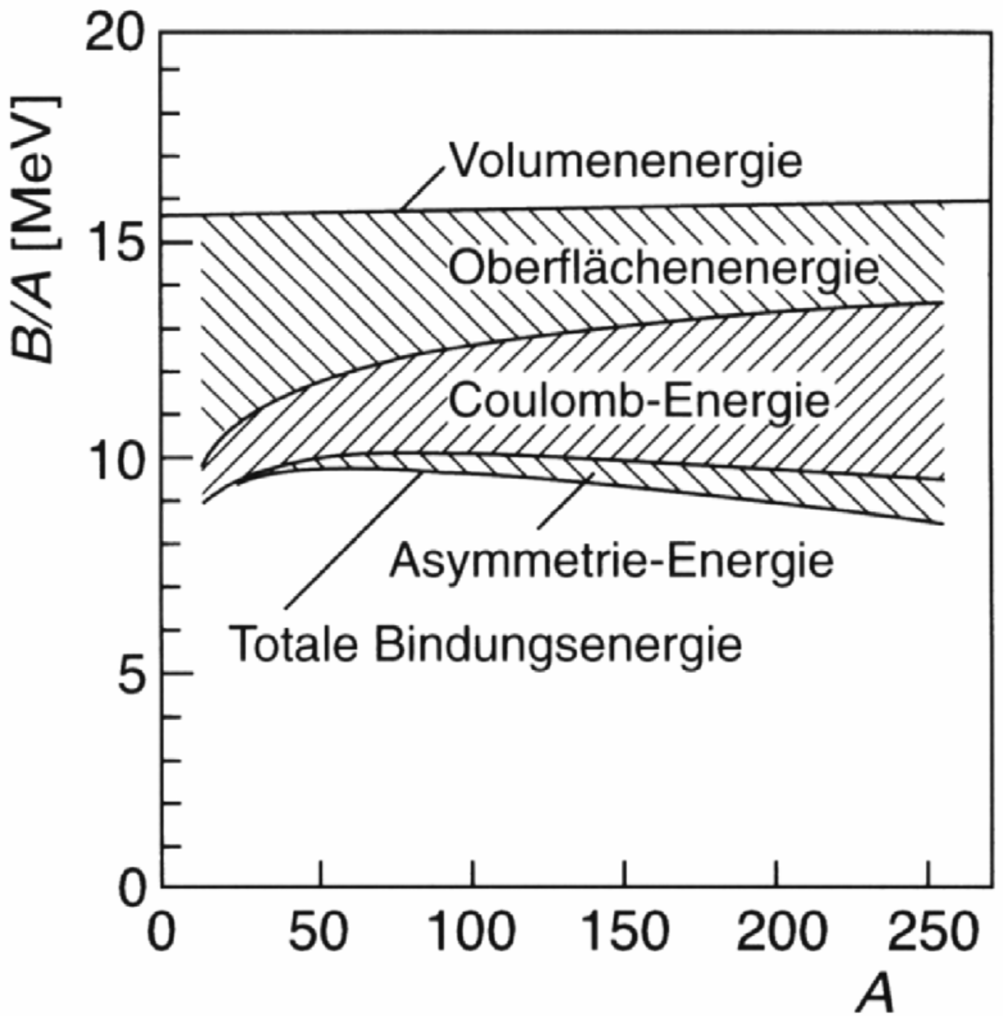
$-\delta$ für uu-Kerne



Separationsenergien der Barium-Isotope

Weizsäcker Massenformel

$$BE(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$



Parameter: $a_V, a_S, a_C, a_A, \delta$ werden aus Massenmessungen empirisch bestimmt.

$$a_V = 15.67 \ \ \mathrm{MeV/c^2}$$

$$a_S = 17.23 \ \ \mathrm{MeV/c^2}$$

$$a_C = 0.714 \ \ \mathrm{MeV/c^2}$$

$$a_A = 93.15 \ \ \mathrm{MeV/c^2}$$

$$\delta = \pm 11.2 \ \mathrm{MeV/c^2}$$

Die Massenformel beschreibt globale Eigenschaften der Kernbindung, Kernstruktureffekte verursachen jedoch deutliche Abweichungen!

Zusammenfassung

- Bindungsenergie $BE(Z,A) = [Z \cdot M(^1H) + (A - Z) \cdot M_n - M(Z,A)] \cdot c^2$

- $m_e = 0{,}511\ MeV/c^2$ Ruhemasse des Elektrons
- $M_p = 938{,}272\ MeV/c^2 = 1836{,}149\ m_e$ Ruhemasse des Protons
- $M_n = 939{,}573\ MeV/c^2 = 1838{,}695\ m_e$ Ruhemasse des Neutrons

- Massendefekt $\Delta = (M(Z,A) - A \cdot 931{,}5\ MeV/c^2) \cdot c^2$

- Neutronen-Separationsenergie $S_n = BE(Z,A) - BE(Z,A-1)$
- Protonen- Separationsenergie $S_p = BE(Z,A) - BE(Z-1,A-1)$

- Bindungsenergie ist wichtige Größe mit Information über:
  - Kräfte zwischen den Nukleonen
  - Stabilität der Kerne
  - Energiebilanz von Reaktionen oder Zerfällen

- C. F. von Weizsäcker (1935): semi-empirische Formel für die Bindungsenergie

$$BE(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A} \pm \delta$$